

Problèmes de seuil

EXERCICE 19

Dans une entreprise, 400 employés ont réservé un repas au self de l'entreprise. Les statistiques montrent que lorsqu'un employé a réservé, 6 % ne mange pas à la cantine. On appelle X le nombre de personnes mangeant réellement au self

- 1) a) Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
b) Déterminer l'espérance et l'écart type de X .
- 2) Le gestionnaire du self ne voulant pas gâcher de nourriture souhaite savoir le nombre minimal k de repas à préparer tout en restant sûr à au moins 95 % que tous les employés se présentant auront un repas.
 - a) À l'aide de la calculatrice, déterminer k .
 - b) Même question avec un seuil de 99 %.

- 1) a) On a 400 événements indépendants et pour chacun d'entre eux on a deux issues possibles :
Succès : soit l'employé honore sa réservation avec une probabilité $p = 0,94$
Echec : soit l'employé annule sa réservation avec une probabilité $q = 1 - p = 0,06$.

X , alors associé au nombre de succès, suit donc la loi binomiale $\mathcal{B}(400 ; 0,94)$.

b) On a : $E(X) = 400 \times 0,94 = 376$ et $\sigma(X) = \sqrt{400 \times 0,94 \times 0,06} = 4,8$

- 2) a) On doit déterminer k tel que : $p(X \leq k) \geq 0,95$.

À l'aide de la calculatrice :

- on rentre la fonction : $Y_1 = \text{binomFRép}(400, 0,94, X)$.
- On établit un tableau de valeur de Y_1 de valeur initiale 376 avec un pas de 1.
- On choisit la valeur de X à partir de laquelle $Y_1 \geq 0,95$

On trouve alors $k = 384$

- b) Pour $p(X \leq k) \geq 0,99$, on trouve $k = 386$

X	Y ₁
379	0.7651
380	0.8278
381	0.8793
382	0.9194
383	0.949
384	0.9695
385	0.9828
386	0.991
387	0.9956
388	0.998
389	0.9992